

Exercice1 : Soit f la fonction définie par :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1} & \text{si } x \neq 1 \\ f(1) = 4 \end{cases}$$

Montrer que f est continue en 1

Exercice2 :

Soit g la fonction définie par :
$$\begin{cases} g(x) = \frac{ax^2 + x - 2a}{x - 2} & \text{si } x \neq 2 \\ g(2) = b \end{cases} \quad \text{où } (a, b) \in \mathbb{R}^2$$

Déterminer a et b pour que g soit continue en 2

Exercice3 :

Soit f la fonction définie par :
$$\begin{cases} f(x) = x^2 + 2x + 2 & \text{si } x \in [0, +\infty[\\ f(x) = \frac{x - 2}{x - 1} & \text{si } x \in]-\infty, 0[\end{cases}$$

Montrer que f est continue en 0

Exercice4 :

Soit g la fonction définie par : $g(x) = x - E(x)$ où $E(x)$ désigne la partie entière de x

Etudier la continuité de f en 0

Exercice5 :

La fonction f est-elle prolongeable par continuité au point a dans chacun des cas suivants ?

Si oui définir ce prolongement par continuité

(1) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2} ; a = 2$

(2) $f(x) = \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - 1} ; a = 1$

(3) $f(x) = \frac{\sqrt{1 + x^2} - 1}{x^2} ; a = 0$

(4) $f(x) = \frac{2\cos x - 1}{x - \frac{\pi}{3}} ; a = \frac{\pi}{3}$

Exercice6

Dans chacun des cas suivants déterminer la valeur de m pour laquelle la fonction f est continue en a

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2 - mx}{x - 1} ; x \neq 1 \\ f(1) = 1 \end{cases} \quad \text{et} \quad a = 1 \qquad \begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x - m} ; x \neq 2 \\ f(2) = \frac{1}{4} \end{cases} \quad \text{et} \quad a = 2$$

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x\sqrt{x+1} - 6}{\sqrt{x} - \sqrt{3}} ; x \neq 3 \\ f(2) = m \end{cases} \quad \text{et} \quad a = 3$$

Exercice7

Montrer que dans chacun des cas suivants f est continue sur son domaine de définition.

$$(1) f(x) = \frac{2x-1}{x^2+1} \cos x$$

$$(2) f(x) = x^2 + 3x + \sin x$$

$$(3) f(x) = \sqrt{x}(x^2 - 5x)$$

$$(4) f(x) = \frac{\cos x + \sin x}{x + \pi}$$

Exercice8

Etudier dans chacun des cas suivants la continuité de f .

$$(1) f(x) = \frac{2x^3 - 3x + 1}{x^2 - 1}$$

$$(2) \begin{cases} f(x) = x^3 + x + 1 & ; x > 0 \\ f(x) = \frac{x+1}{x-1} & ; x \leq 0 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} f(x) = \frac{x^3 + 1}{x + 1} & ; x \neq -1 \\ f(-1) = 3 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} f(x) = x^2 + 1 & ; x < 0 \\ f(x) = x + 2 & ; x \geq 0 \end{cases}$$

Exercice9

Etudier la continuité des fonctions suivantes :

$$(1) f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$$

$$(2) g(x) = \sqrt{1 - \sin x}$$

$$(3) h(x) = \cos(\sqrt{1+x^2})$$

$$(4) k(x) = \sin(x + \cos x)$$

$$(5) h(x) = \frac{1 - 2\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}$$

Exercice10

Calculer les limites suivantes :

$$(1) \lim_{x \rightarrow 3} \cos\left(\frac{(x^2 - 3x)\pi}{9 - x^2}\right)$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\sin\left(\frac{\pi \sin(2x)}{3x}\right) \right)$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow -1^+} \tan\left(\frac{x^2 + x - 2}{\sqrt{x} - 1}\right)$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow +\infty} \cos\left(\sin\left(\frac{1}{x}\right)\right)$$